

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

**ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ**

Одобрено на заседании

Ученого совета ИАТЭ

НИЯУ МИФИ

Протокол от 24.04.2023 №23.4

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**по дисциплине**

Математический анализ

---

*название дисциплины*

для направления подготовки

14.03.01 Ядерная энергетика и теплофизика

---

*код и направления подготовки*

образовательная программа

Монтаж, наладка и ремонт оборудования АЭС

---

Форма обучения: очная

**г. Обнинск 2023 г.**

### **Область применения**

Фонд оценочных средств (ФОС) – является обязательным приложением к рабочей программе дисциплины «Математический анализ» и обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.

### **Цели и задачи фонда оценочных средств**

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Математический анализ» решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- контроль и оценка степени освоения компетенций, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данной дисциплины.

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

*1.1.* В результате освоения ОП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

<i>Код компетенций</i>	<i>Наименование компетенции</i>	<i>Код и наименование индикатора достижения компетенции</i>
ОПК-1	Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	З-ОПК-1 Знать: базовые законы естественнонаучных дисциплин; основные математические законы; основные физические явления, процессы, законы и границы их применимости; сущность основных химических законов и явлений; методы математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования; У-ОПК-1 Уметь: выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат; В-ОПК-1 Владеть: математическим аппаратом для разработки моделей процессов и явлений, решения практических задач профессиональной деятельности; навыками использования основных общезначимых законов и принципов
ПК-1	Способен к участию в разработке методов прогнозирования количественных характеристик процессов, протекающих в конкретных технических системах на основе существующих методик	З-ПК-1 Знать: методы прогнозирования количественных характеристик процессов, протекающих в конкретных технических системах на основе существующих методик; У-ПК-1 Уметь: разрабатывать методы прогнозирования количественных характеристик процессов, протекающих в конкретных технических системах на основе существующих методик; В-ПК-1 Владеть: методами прогнозирования количественных характеристик процессов, протекающих в конкретных технических системах на основе существующих методик
УКЕ-1	Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах	З-УКЕ-1 Знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования;

		<p>У-УКЕ-1 Уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи;</p> <p>В-УКЕ-1 Владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами.</p>
--	--	---

### 1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ОП бакалавриата

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;
- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;
- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см. РПД).

### 1.3. Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Индикатор достижения компетенции	Наименование оценочного средства текущей и промежуточной аттестации
<b>Текущая аттестация, 1 семестр</b>			
1.	1. Элементы функций комплексного переменного	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1; 3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1; 3-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1	Контрольная работа 1/1 Индивидуальное задание "Пределы"

2.	2. Пределы последовательностей и функций	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1; 3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1; 3-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1	Коллоквиум
3.	3. Дифференциальное исчисление	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1; 3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1; 3-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1	Контрольная работа 2/1
<b>Промежуточная аттестация, 1 семестр</b>			
	Экзамен	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1; 3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1; 3-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1	Вопросы к экзамену
<b>Текущая аттестация, 2 семестр</b>			
1.	4. Интегральное исчисление. 5. Интегральное исчисление (Определенные интегралы)	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1; 3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1; 3-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1	Контрольная работа 1/2 Индивидуальное задание "Интегралы"
2.	6. Функции нескольких переменных	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1; 3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1; 3-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1	Контрольная работа 2/2
3.	7. Числовые и функциональные ряды	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1; 3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1; 3-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1	Контрольная работа 3/2 Индивидуальное задание "Ряды"
<b>Промежуточная аттестация, 2 семестр</b>			
	Экзамен	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1; 3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1; 3-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1	Вопросы к экзамену

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня	БРС, % освоения	ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета
<b>Высокий</b> <i>Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Творческая деятельность	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	90-100	A/ Отлично/ Зачтено
<b>Продвинутый</b> <i>Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89	B/ Очень хорошо/ Зачтено
			75-84	C/ Хорошо/ Зачтено
<b>Пороговый</b> <i>Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне</i>	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.	65-74	D/Удовлетворительно/ Зачтено
			60-64	E/Посредственно /Зачтено
<b>Ниже порогового</b>	Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.		0-59	Неудовлетворительно/ Незачтено

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
высокий	<b>высокий</b>	<b>высокий</b>
	<i>продвинутый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>продвинутый</i>
продвинутый	<i>пороговый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>пороговый</i>
	<b>продвинутый</b>	<b>продвинутый</b>
	<i>продвинутый</i>	<i>пороговый</i>
	<i>пороговый</i>	<i>продвинутый</i>
пороговый	<b>пороговый</b>	<b>пороговый</b>
ниже порогового	<b>пороговый</b>	<b>ниже порогового</b>
	<b>ниже порогового</b>	-

### 3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

– Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестации.

– Текущая аттестация в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающихся.

– Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

– Текущая аттестация осуществляется два раза в семестр:

○ контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 8 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 8 неделю учебного семестра.

○ контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 16 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 9 по 16 неделю учебного семестра.

– Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	Неделя	Балл	
		Минимум*	Максимум**
<b>Семестр 1</b>			
<b>Текущая аттестация</b>	<b>1-16</b>	<b>36 - 60% от максимума</b>	<b>60</b>
<b>Контрольная точка № 1</b>	<b>7-8</b>	<b>18 (60% от 30)</b>	<b>30</b>
Контрольная работа 1/1	7	6	10
Индивидуальное задание: Пределы	7	6	10
Коллоквиум	8	6	10
<b>Контрольная точка № 2</b>	<b>15-16</b>	<b>18 (60% от 30)</b>	<b>30</b>

Контрольная работа 2/1	15	9	15
Индивидуальное задание: Дифференцирование	16	9	15
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>-</b>	<b>24 – (60% 40)</b>	<b>40</b>
Экзамен	-		
<i>Вопрос 1</i>	-	12	20
<i>Вопрос 2</i>	-	12	20
<b>ИТОГО по дисциплине</b>		<b>60</b>	<b>100</b>
<b>Семестр 2</b>			
<b>Текущая аттестация</b>	<b>1-16</b>	<b>36 - 60% от максимума</b>	<b>60</b>
<b>Контрольная точка № 1</b>	<b>7-8</b>	<b>18 (60% от 30)</b>	<b>30</b>
Контрольная работа 2/1	7	6	10
Индивидуальное задание: Интегралы	7	6	10
Контрольная работа 2/2	8	6	10
<b>Контрольная точка № 2</b>	<b>15-16</b>	<b>18 (60% от 30)</b>	<b>30</b>
Контрольная работа 3/2	15	9	15
Индивидуальное задание: Ряды	16	9	15
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>-</b>	<b>24 – (60% 40)</b>	<b>40</b>
Экзамен	-		
<i>Вопрос 1</i>	-	12	20
<i>Вопрос 2</i>	-	12	20
<b>ИТОГО по дисциплине</b>		<b>60</b>	<b>100</b>

\* - Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т.ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов.

**4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков**



**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

**ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ**

Направление подготовки	<b>14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика»</b>
Образовательная программа	<b>«Монтаж, наладка и ремонт оборудования АЭС»</b>
Дисциплина	<b>Математический анализ</b>

**ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ**

*1 семестр*

1. Рациональные числа, иррациональные числа, действительные числа. Сравнение, операции, геометрическая интерпретация
2. Понятие комплексного числа. Различные формы записи. Арифметические операции над комплексными числами, возведение в степень и извлечение корня.
3. Верхняя и нижняя грани числового множества. Точная грань. Теорема о существовании точной верхней и нижней граней. Теорема об отделимости числовых множеств.
4. Понятие числовой последовательности. Монотонные и ограниченные последовательности. Определение предела последовательности, сходящейся последовательности. Примеры. Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, ограниченность.
5. Свойства пределов последовательностей (о "зажатой" последовательности, свойства, связанные с неравенствами и алгебраическими операциями).
6. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства. Примеры.
7. Теорема о пределе монотонной и ограниченной последовательности. Число "e".
8. Принцип вложенных отрезков (теорема Кантора).
9. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
10. Частичный предел. Верхний и нижний пределы последовательности и утверждения о них. Примеры.
11. Определение фундаментальной последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.
12. Понятие функции. График, область определения и область значений, четные, нечетные, ограниченные функции, алгебраические операции, сложные функции. Элементарные функции. Предел функции в точке. Эквивалентность определений по Коши и по Гейне. Односторонние пределы.
13. Свойства предела функции в точке (свойства, связанные с арифметическими операциями, локальные свойства).
14. Свойства пределов функций в точке: свойства, связанные с неравенствами. Правило замены переменной для пределов функций.
15. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и теоремы о них. Примеры.
16. Первый замечательный предел и его следствия.
17. Второй замечательный предел и его следствия.
18. Критерий Коши существования предела функции. Теорема о пределе монотонной функции.
19. Сравнение функций. Эквивалентные функции. Порядок бесконечно малой функции.

20. о- и О- символика. Применение эквивалентных бесконечно малых к вычислению пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
21. Непрерывность функции в точке (различные формулы записи определения: по Коши и Гейне, с помощью приращений), непрерывность слева и справа. Локальные свойства непрерывной функции.
22. Свойства непрерывных в точке функций, связанные с арифметическими операциями. Непрерывность сложной функции.
23. Точки разрыва (определение, классификация точек разрыва). Примеры.
24. Непрерывность функции на отрезке. Теоремы Вейерштрасса 1, 2 о свойствах функции, непрерывной на отрезке.
25. Теоремы Коши о нулях и промежуточных значениях непрерывной функции. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций.
26. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции. Примеры.
27. Понятие производной функции в точке, необходимое условие существования производной.
28. Односторонние производные, бесконечные производные. Примеры. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
29. Правила вычисления производных, связанные с арифметическими действиями над функциями. Производная сложной функции.
30. Производная обратной функции, производная функции, заданной параметрически и неявно. Таблица производных элементарных функций.
31. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал функции, теорема о связи дифференцируемости и производной в точке, геометрический смысл дифференциала.
32. Производные высших порядков. Таблица n-ых производных. Формула Лейбница. Производные высших порядков для функции, заданной параметрически.
33. Дифференциал n-ого порядка. Инвариантность 1-ого дифференциала и неинвариантность дифференциала порядка  $n \geq 2$ .
34. Локальный экстремум (определение) и теорема Ферма. Теорема Ролля о нулях производной.
35. Теорема Лагранжа и её следствия (с док-вом). Формула конечных приращений Лагранжа.
36. Теорема Коши о двух дифференцируемых функциях, обобщённая формула конечных приращений.
37. Правило Лопитала. Примеры вычисления пределов с помощью правила Лопитала.
38. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Примеры.
39. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Формулы Маклорена для простейших элементарных функций. Примеры.
40. Условия возрастания (убывания) дифференцируемой функции (теоремы 1-3).
41. Локальный экстремум (определение). Достаточное условие локального экстремума (теоремы 1-3).
42. Выпуклость вверх (вниз) графика функции. Достаточное условие выпуклости.
43. Точки перегиба. Необходимое условие наличия точки перегиба. Достаточное условие точки перегиба.
44. Асимптоты графика функции (вертикальные, наклонные). Теорема о наклонной асимптоте.
45. Первообразные и их свойства. Понятие неопределённого интеграла, подынтегральной функции, подынтегрального выражения. Свойства неопределённого интеграла (свойства 1-3).
46. Свойства неопределённого интеграла: замена переменной и интегрирование по частям. Формула интегрирования по частям, три типа примеров интегрирования по частям.
47. Таблица интегралов. Примеры вычисления простейших интегралов.
48. Алгебраические многочлены и разложение многочленов на множители. Разложение рациональной функции в сумму простейших.
49. Интегрирование рациональных функций. Методы нахождения неопределённых коэффициентов.
50. Интегрирование тригонометрических выражений.
51. Интегрирование иррациональных выражений.

1. Определённый интеграл Римана. Основные определения. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства. Условие интегрируемости.
2. Критерий интегрируемости функций. Классы интегрируемых функций. Свойства интеграла, связанные с операциями над функциями.
3. Свойства интеграла, связанные с отрезками интегрирования и неравенствами. Оценки интервалов.
4. Теоремы о среднем.
5. Непрерывность и дифференцируемость интеграла по верхнему пределу.
6. Теорема (формула) Ньютона-Лейбница.
7. Теорема о замене переменной в определённом интеграле, формула интегрирования по частям в определённом интеграле.
8. Площадь фигуры на плоскости (клеточные фигуры, квадратуемые фигуры, мера). Площадь криволинейной трапеции, криволинейного сектора, площадь фигуры с параметрически заданной границей.
9. Объём тела (клеточное тело, кубируемое тело, мера). Объём цилиндрического тела, объём тела с заданными площадями сечений, объём тела вращения.
10. Длина кривой (определение спрямляемой кривой, длины кривой, теорема о длине, формулы длины для разных случаев задания кривой).
11. Площадь поверхности вращения (определение, теорема). Теорема Гульдена. Физические приложения определённых интегралов.
12. Несобственные интегралы первого рода (определение; свойства, включая интегрирование по частям и формулу Ньютона-Лейбница).
13. Несобственные интегралы второго рода (определение и свойства, включая интегрирование по частям и формулу Ньютона-Лейбница).
14. Условие сходимости несобственных интегралов. Несобственные интегралы от неотрицательных функций - признаки сходимости.
15. Признаки Дирихле и Абеля сходимости несобственных интегралов.
16. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов (определение, теорема).
17. Метрическое пространство (определение, сходящиеся и фундаментальные последовательности, открытые и замкнутые множества, компакт, пространство  $R^n$ ).
18. Функции многих переменных. Предел функции в точке, предел по множеству, по направлению.
19. Непрерывность функции многих переменных в точке. Свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на компакте, на связном множестве.
20. Частные производные, дифференцируемость, дифференциал. Теоремы о необходимых и достаточных условиях дифференцируемости функции многих переменных.
21. Дифференцируемость сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала. Правила дифференцирования.
22. Касательная плоскость и нормаль. Производная по направлению. Градиент.
23. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.
24. Дифференциалы высших порядков (определение, формы записи, неинвариантность 2-го и высших дифференциалов).
25. Формула Тейлора для функции многих переменных.
26. Теорема о неявной функции.
27. Дифференцируемое отображение. Якобиан и его свойства. Системы функций, заданных неявно - теорема. Якобиан и зависимость - независимость функций.
28. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимые условия экстремума.
29. Достаточные условия экстремума функции многих переменных. Проверка экстремума для функции двух переменных.
30. Условный экстремум: прямой метод, метод Лагранжа.
31. Числовые ряды (понятие ряда, сходимость, частичная сумма, сумма). Необходимый признак сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши.
32. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости: через частичные суммы, интегральный признак.

33. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения и его следствия.
34. Признаки Даламбера и Коши сходимости ряда.
35. Знакопередающийся ряд. Признак сходимости Лейбница, следствие.
36. Абсолютная и условная сходимость ряда (определение, свойства абсолютно сходящихся рядов). Примеры исследования сходимости ряда. Признаки Абеля и Дирихле.
37. Функциональные последовательности и ряды: сходимость, равномерная сходимость, связь утверждений о функциональных последовательностях и рядах.
38. Критерий Коши равномерной сходимости, признак Вейерштрасса.
39. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости ряда. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов - непрерывность предельной функции и суммы ряда.
40. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: почленная дифференцируемость и интегрируемость.
41. Степенные ряды. Теорема Абеля, радиус сходимости, круг (интервал) сходимости, формула Коши-Адамара.
42. Формула Даламбера для радиуса сходимости степенного<sup>13</sup>. Несобственные интегралы второго рода (определение и свойства, включая интегрирование по частям и формулу Ньютона-Лейбница).
43. Ряд Тейлора. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора. Ряды Маклорена для элементарных функций.
44. Ортогональная система функций. Ряды Фурье. Тригонометрический ряд Фурье, формулы для коэффициентов. (Ряды Фурье для чётных и нечётных функций).
45. Признак Дини сходимости ряда Фурье и его следствия (лемма Римана, ядро Дирихле, формула Дирихле для частичных сумм).
46. Признак Дирихле сходимости ряда Фурье. Простейшие условия равномерной сходимости ряда Фурье. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье.

Описание шкалы оценивания:

Оценка	Критерии оценки
Отлично 36–40	<b>Студент должен:</b> – продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; – исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; – правильно формулировать определения; – продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; – уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30–35	<b>Студент должен:</b> – продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; – продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; – продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; – уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 24–29	<b>Студент должен:</b> – продемонстрировать общее знание изучаемого материала; – показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; – уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; – знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.
Неудовлетворительно 23 и меньше	<b>Студент демонстрирует:</b> – незнание значительной части программного материала; – не владение понятийным аппаратом дисциплины;

- |  |   |
|--|---|
|  | <ul style="list-style-type: none"><li>– существенные ошибки при изложении учебного материала;</li><li>– неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса;</li><li>– неумение делать выводы по излагаемому материалу.</li></ul> |
|--|---|

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

**ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ**

Направление подготовки	<b>14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика»</b>
Образовательная программа	<b>«Монтаж, наладка и ремонт оборудования АЭС»</b>
Дисциплина	<b>Математический анализ</b>

**ВОПРОСЫ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА**

**Раздел 1. Элементы функций комплексной переменной**

1 Понятие комплексного числа. Различные формы записи. Арифметические операции над комплексными числами

2 Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа

**Раздел 2. Пределы последовательностей и функций**

1. Рациональные числа, иррациональные числа, действительные числа. Сравнение, операции, геометрическая интерпретация

2. Понятие комплексного числа. Различные формы записи. Арифметические операции над комплексными числами, возведение в степень и извлечение корня.

3. Верхняя и нижняя грани числового множества. Точная грань. Теорема о существовании точной верхней и нижней граней. Теорема об отделимости числовых множеств.

4. Понятие числовой последовательности. Монотонные и ограниченные последовательности. Определение предела последовательности, сходящейся последовательности.

Примеры. Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, ограниченность.

5. Свойства пределов последовательностей (о "зажатой" последовательности, свойства, связанные с неравенствами и алгебраическими операциями).

6. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства. Примеры.

7. Теорема о пределе монотонной и ограниченной последовательности. Число "е".

8. Принцип вложенных отрезков (теорема Кантора).

9. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

10. Частичный предел. Верхний и нижний пределы последовательности и утверждения о них. Примеры.

11. Определение фундаментальной последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.

12. Понятие функции. График, область определения и область значений, четные, нечетные, ограниченные функции, алгебраические операции, сложные функции. Элементарные функции. Предел функции в точке. Эквивалентность определений по Коши и по Гейне. Односторонние пределы.

13. Свойства предела функции в точке (свойства, связанные с арифметическими операциями, локальные свойства).

14. Свойства пределов функций в точке: свойства, связанные с неравенствами. Правило замены переменной для пределов функций.

15. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и теоремы о них. Примеры.

16. Первый замечательный предел и его следствия.
17. Второй замечательный предел и его следствия.
18. Критерий Коши существования предела функции. Теорема о пределе монотонной функции.
19. Сравнение функций. Эквивалентные функции. Порядок бесконечно малой функции.  $o$ - и  $O$ -символика. Применение эквивалентных бесконечно малых к вычислению пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
20. Непрерывность функции в точке (различные формулы записи определения: по Коши и Гейне, с помощью приращений), непрерывность слева и справа. Локальные свойства непрерывной функции.
21. Свойства непрерывных в точке функций, связанные с арифметическими операциями. Непрерывность сложной функции.
22. Точки разрыва (определение, классификация точек разрыва). Примеры.
23. Непрерывность функции на отрезке. Теоремы Вейерштрасса 1, 2 о свойствах функции, непрерывной на отрезке.
24. Теоремы Коши о нулях и промежуточных значениях непрерывной функции. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций.
25. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции. Примеры.

#### **б) критерии оценивания компетенций (результатов)**

Ответ оценивается по следующим критериям:

- Правильность, полнота, логичность построения ответа;
- Знание основных определений и теорем соответствующих разделов
- Умение оперировать специальными терминами;
- Умение применять теоретические положения к практическим заданиям.

#### **в) описание шкалы оценивания**

Коллоквиум оценивается в 20 баллов: каждое из 5 заданий - по 4 балла

Коллоквиум сдан, если ответ оценен 11 баллов и выше (обязателен ответ на теоретический вопрос № 1 или на вопрос теории с приложением № 2)

На коллоквиуме ответ студента оценивается в соответствии с предлагаемой шкалой.

#### **Описание шкалы оценивания:**

**Отметка «отлично»** (в баллах от 18 до 20) ставится, если:

- изученный материал изложен полно, определения даны верно;
- ответ показывает понимание материала;
- обучающийся может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры, не только по учебнику и конспекту, но и самостоятельно составленные.

**Отметка «хорошо»** (в баллах от 14 до 17) ставится, если:

- изученный материал изложен достаточно полно;
- при ответе допускаются ошибки, заминки, которые обучающийся в состоянии исправить самостоятельно при наводящих вопросах;
- обучающийся затрудняется с ответами на 1-2 дополнительных вопроса.

**Отметка «удовлетворительно»** (в баллах от 11 до 13) ставится, если:

- материал изложен неполно, с неточностями в определении понятий или формулировке определений;
- материал излагается непоследовательно;
- обучающийся не может достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;
- на 50% дополнительных вопросов даны неверные ответы.

**Отметка «неудовлетворительно»** (в баллах от 0 до 10) ставится, если:

- при ответе обнаруживается полное незнание и непонимание изучаемого материала;
- материал излагается неуверенно, беспорядочно;
- даны неверные ответы более чем на 50% дополнительных вопросов.

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

**ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ**

Направление подготовки	<b>14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика»</b>
Образовательная программа	<b>«Монтаж, наладка и ремонт оборудования АЭС»</b>
Дисциплина	<b>Математический анализ</b>

**КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ 1/1**

**Тема:** Элементы функций комплексной переменной. Пределы последовательностей и функций

**Вариант 1**

1. Построить график функции  $f(x) = 1 - \sqrt[3]{4-x}$  (2 балла).
2. Вычислить  $\frac{(3-2i)}{(\sqrt{3}+i)(1+i\sqrt{3})} + 5i - 7$  (2 балла).
3. Вычислить все значения корня  $\sqrt{\sqrt{3}-3i}$  и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла).
4. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+9} + \sqrt[3]{8n^3-1}}{\sqrt[6]{n^6+4}}$  (2 балла).
5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^3 - 4x^2 + 3}$  (3 балла).
6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{8+x} - \sqrt[3]{8-x}}$  (2 балла).
7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\operatorname{tg}^2(x+1)}{\cos \pi x + \cos 2\pi x}$  (3 балла).
8. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{(-1)^n \cos n}{n^2} + \frac{n^3 - 2}{n^3 + 4} \right)$  (3 балла).

**Вариант 2.**

1. Построить график функции  $f(x) = \log_{\frac{2}{3}}(1-x) + 2$  (2 балла).
2. Вычислить  $\frac{(2+i)^2}{-1+i} + 3 - 4i$  (2 балла).
3. Вычислить все значения корня  $\sqrt[3]{-1-i}$  и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла).
4. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n^4+7} - \sqrt{n^2+3n+1}}{\sqrt{4n^4+2} + \sqrt[4]{n^3+3}}$  (2 балла).



5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 2x^2 + x + 2}{x^3 + 8}$  (3 балла).
6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 3} - \sqrt{x^2 + 2x - 1})$  (2 балла).
7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\ln(\operatorname{tg} x)}{\cos 2x}$  (3 балла).
8. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7^n + (-3)^n}{3^{n-1} + 7^{n+1}}$  (3 балла).

### Вариант 3.

1. Построить график функции  $f(x) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) - 2$  (2 балла).
2. Вычислить  $\frac{(1+i)^3}{(4-i)^2}$  (2 балла).
3. Вычислить все значения корня  $\sqrt[4]{-81}$  и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла).
4. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{7n^9 + 1} - \sqrt{n^4 + 3}}{\sqrt{n^6 + 2 + n}}$  (2 балла).
5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^3 + 3x^2 + 5x + 3}$  (3 балла).
6. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n + \sqrt[3]{27 - n^3})$  (2 балла).
7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - e^{2x}}{\sin 4x - \sin 2x}$  (3 балла).
8. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + (n+1)\sin n}{\sqrt{9n^4 + 5}}$  (3 балла).

### Вариант 4.

1. Построить график функции  $f(x) = -1 + \sqrt{9x - 18}$  (2 балла).
2. Вычислить  $\frac{1 - 4i}{(-2 - i)^3} + \frac{8 + 6i}{125}$  (2 балла).
3. Вычислить все значения корня  $\sqrt[4]{-2 + 2\sqrt{3}i}$  и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла).
4. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 1} - \sqrt{4x^2 - 1}}{x + 7}$  (2 балла).
5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 5x + 6)(x - 2)}{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}$  (3 балла).
6. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+4} - \sqrt{n+1})$  (2 балла).
7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + 8x^3} - 1}{x \ln(\cos 4x)}$  (3 балла).
8. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 1}{\sqrt[5]{n^{12} + 1} + \sin n}$  (3 балла).

### Вариант 5.

1. Построить график функции  $f(x) = 2 \arcsin(x+1) + 1$  (2 балла).
2. Вычислить  $\frac{-2 + 3i}{1 + 4i} + \frac{1 + 4i}{4 - i}$  (2 балла).
3. Вычислить все значения корня  $\sqrt[3]{-3 + 3i}$  и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла).

4. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5} + \sqrt[3]{x^3 + 1}}{\sqrt[5]{x^5 + 3}}$  (2 балла).
5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^4 - 4x^2 - 3x - 1}{x^2 + 3x + 2}$  (3 балла).
6. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 8n} - \sqrt{n^2 + 3n})$  (2 балла).
7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(4 - 3x^2)}{\sin 2\pi x}$  (3 балла).
8. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \arctg \left( \frac{1}{x-3} \right) \cdot (x-3)^2 + 4x \right)$  (3 балла).

### Вариант 6.

1. Построить график функции  $f(x) = \log_4(x+3) - 2$  (2 балла).
2. Вычислить  $\frac{(5-i)(1+3i)}{1-2i} + \frac{12i}{5}$  (2 балла).
3. Вычислить все значения корня  $\sqrt[3]{-8}$  и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла).
4. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n+1} - \sqrt{n^2+1}}{\sqrt[4]{n^3+2} + \sqrt[3]{n^3+8}}$  (2 балла).
5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^4 - x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$  (3 балла).
6. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{8+n^3} - n)$  (2 балла).
7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos x}{\log_4(4+x^2) - 1}$  (3 балла).
8. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n(2 + \cos n)(-1)^n}{\sqrt{n^4 + 5}} \right)$  (3 балла).

### Вариант 7

1. Построить график функции  $f(x) = 2\arctg(x+1) - \pi$  (2 балла).
2. Вычислить  $\frac{2-3i}{(1+2i)^3} + (3-i)^2$  (2 балла).
3. Вычислить все значения корня  $\sqrt[3]{-1 + \sqrt{3}i}$  и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла)
4. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+7)^3 - (n+2)^3}{(3n+2)^2 + (4n+1)^2}$ .
5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$ . (3 балла).
6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\tg 2x - \sin x}$ . (2 балла).
7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[5]{x}}$ . (3 балла).
8. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{3 \cos 2x + \sin \frac{1}{x} \cdot (e^{2x} - 1)}$  (3 балла).

**Вариант 8.**

1. Построить график функции  $f(x) = 2 \arccos(3x) - \frac{\pi}{2}$  (2 балла).

2. Вычислить  $\frac{(1-7i)(5+2i)}{(3-4i)^2} + 1 + 5i$  (2 балла).

3. Вычислить все значения корня  $\sqrt[3]{-2+2i}$  и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла)

4. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{11n+1} + \sqrt{n^2-1}}{\sqrt[4]{n^6+2} + \sqrt[3]{n}}$  (2 балла).

5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$ . (3 балла).

6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[7]{x}}$ . (2 балла).

7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e-x)-1}$ . (3 балла).

8. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+3n+1} + \sqrt[3]{5n-2}}{3n + \cos n}$  (3 балла).

**Вариант 9.**

1. Построить график функции  $f(x) = \sqrt[3]{8x-4} - 1$  (2 балла).

2. Вычислить  $\frac{(4+i)^2(1+2i)}{2+3i}$  (2 балла).

3. Вычислить все значения корня  $\sqrt[3]{1-\sqrt{3}i}$  и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла)

4. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^7+5} - \sqrt{n-5}}{\sqrt[7]{n^7+5} + \sqrt{n-5}}$ . (2 балла).

5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}$ . (3 балла).

6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 7x + 6} - x)$  (2 балла).

7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arctg(x^2 - 2x)}{\sin 3\pi x}$ . (3 балла).

8. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 5} \left( \frac{\log_5 x - 1}{\tg \pi x} \right)$  (3 балла).

**Вариант 10.**

1. Построить график функции  $f(x) = -1 + 2 \sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$  (2 балла).

2. Вычислить  $4 + 5i - \frac{(2-i)^2}{(1-i)(3+i)}$  (2 балла).

3. Вычислить все значения корня  $\sqrt[4]{-64}$  и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла)

4. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^4 - (n-2)^4}{(n+5)^2 + (n-5)^2}$ . (2 балла).

5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}$ . (3 балла).

6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 7x - \cos 4x}{\sin^2 3x}$ . (2 балла).

7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arcsin(x+2)/2}{3^{\sqrt{2+x+x^2}} - 9}$ . (3 балла).

8. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(n^2 + 2) \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{n}$ . (3 балла).

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

**ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ**

Направление подготовки	<b>14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика»</b>
Образовательная программа	<b>«Монтаж, наладка и ремонт оборудования АЭС»</b>
Дисциплина	<b>Математический анализ</b>

**КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ 2/1**

**Тема: Дифференциальное исчисление**

**Вариант 1**

1. Найти производную  $y'_x$

$$\begin{cases} x = (\arcsin t)^2 \\ y = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} \end{cases} \quad . \quad (2 \text{ балла}).$$

2. Составить уравнения касательной и нормали к данной кривой в точке  $x_0$

$$y = 6\sqrt[3]{x} - \frac{16\sqrt{x}}{3}, \quad x_0 = 1 \quad . \quad (3 \text{ балла}).$$

3. Вычислить с помощью дифференциала

$$y = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}, \quad x = 1.58 \quad . \quad (3 \text{ балла}).$$

4. Найти производную  $y = (x^2 - 1)^{\sin x}$ . (3 балла).

5. Найти формулу Тейлора для функции  $y = \sin^2 x$  при  $x_0 = 0$  до членов 2-го порядка включительно (3балла).

6. Вычислить предел с помощью правила Лопиталья или формулы Тейлора  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 \sin x^2}$  (3 балла).

7. Провести полное исследование функции и построить график  $y = e^{-x^2}$  (3 балла).

**Вариант 2.**

1. Найти производную  $y'_x$

$$\begin{cases} x = t\sqrt{t^2 + 1} \\ y = \ln \frac{1 + \sqrt{1+t^2}}{t} \end{cases} \quad . \quad (2 \text{ балла}).$$

2. Составить уравнения касательной и нормали к данной кривой в точке  $x_0$

$$y = \frac{x^2 - 2x - 3}{4}, \quad x_0 = 4 \quad . \quad (3 \text{ балла}).$$

3. Вычислить с помощью дифференциала

$$y = \sqrt{x^2 + 5}, \quad x = 1.97. \quad (3 \text{ балла}).$$

4. Найти производную  $y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctg} x}$ . (3 балла).

5. Найти формулу Тейлора для функции  $y = \frac{x}{x-1}$  при  $x_0 = 2$  до членов 2-го порядка включительно (3 балла).

6. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя или формулы Тейлора  $\left( \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right) \right)$  (3 балла).

7. Провести полное исследование функции и построить график  $y = \frac{1}{1+x^2}$  (3 балла).

### Вариант 3.

1. Найти производную  $y'_x$

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t \\ y = \ln \frac{\sqrt{1+t^2}}{t+1} \end{cases}. \quad (2 \text{ балла})$$

2. Составить уравнения касательной и нормали к данной кривой в точке  $x_0$   $y = \frac{x^5 + 1}{x^4 + 1}$ ,  $x_0 = 1$ . (3 балла).

3. Вычислить с помощью дифференциала  $y = \sqrt[3]{3x + \cos x}$ ,  $x = 0.01$ . (3 балла).

4. Найти производную  $y = x^{\sin x^3}$ . (3 балла).

5. Найти формулу Тейлора для функции  $y = \sqrt{x^3 + 1}$  при  $x_0 = 2$  до членов 2-го порядка включительно (3 балла)..

6. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя или формулы Тейлора

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}. \quad (3 \text{ балла}).$$

7. Провести полное исследование функции и построить график  $y = (3-x)e^{x-2}$  (3 балла).

### Вариант 4.

1. Найти производную  $y'_x$   $\begin{cases} x = \ln(1-t^2) \\ y = \arcsin \sqrt{1-t^2} \end{cases}$ . (2 балла).

2. Составить уравнения касательной и нормали к данной кривой в точке  $x_0$   $y = 2x + \frac{1}{x}$ ,  $x_0 = 1$ . (3 балла).

3. Вычислить с помощью дифференциала  $y = \sqrt[5]{x^2}$ ,  $x = 1.03$ . (3 балла).

4. Найти производную  $y = (\operatorname{tg} x)^{4e^x}$ . (3 балла).

5. Найти формулу Тейлора для функции  $y = \operatorname{arctg}^2 x$  при  $x_0 = 1$  до членов 2-го порядка включительно (3 балла)..

6. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя или формулы Тейлора  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$ . (3 балла).

7. Провести полное исследование функции и построить график  $y = \ln\left(\frac{x}{x-3}\right) - 1$ . (3 балла).

### Вариант 5.

1. Вычислить производную параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \sqrt{t^2 - 1} \\ y = (t+1)/\sqrt{t^2 - 1} \end{cases}$  (2 балла).

- Составить уравнение нормали и касательной в точке с абсциссой  $x_0$   $y = \frac{x^{16} + 9}{1 - 5x^2}$ ,  $x_0 = 1$ . (3 балла).
- Вычислить приближенно с помощью дифференциала.  $y = \sqrt[3]{x^2}$ ,  $x = 1,03$
- Вычислить производную  $y = \arctg \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x}{\sqrt{2}}$
- Написать формулу Тейлора для функции  $y = \cos^2 x$  при  $x_0 = 0$  до членов  $n$ -го порядка включительно (3 балла)..
- Вычислить предел с помощью правила Лопиталя или формулы Тейлора  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$ . (3 балла).
- Построить график функции с полным исследованием  $y = e^{x+2}(x+1)$  (3 балла).

### Вариант 6

- Вычислить производную параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \sqrt[3]{(t-1)^2} \\ y = \sqrt{t-1} \end{cases}$  (2 балла).
- Составить уравнение нормали и касательной в точке  $y = \sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x}$ ,  $x_0 = 64$ . (3 балла).
- Вычислить приближенно с помощью дифференциала.  $y = x^{11}$ ,  $x = 1,021$  (3 балла).
- Вычислить производную  $y = (\cos(x+1))^{\ln x}$  (3 балла).
- Написать формулу Тейлора для функции  $y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$  при  $x_0 = 0$  до членов  $n$ -го порядка включительно (3 балла).
- Вычислить предел с помощью правила Лопиталя или формулы Тейлора  $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} x$  (3 балла).
- Построить график функции с полным исследованием  $y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$  (3 балла).

### Вариант 7.

- Вычислить производную параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = 3(\sin t - t \cos t) \\ y = 3(\cos t + t \sin t) \end{cases}$  (2 балла).
- Составить уравнение нормали и касательной в точке с абсциссой  $x_0$   $y = \frac{x^6 + 1}{x^4 + 1}$ ,  $x_0 = 1$  (3 балла).
- Вычислить производную  $y = (\cos(x+5))^{\arcsin 3x}$  (3 балла).
- Вычислить приближенно с помощью дифференциала.  $y = x^{21}$ ,  $x = 0,998$  (3 балла).
- Написать формулу Тейлора для функции  $y = \arccos 2x$  в точке  $x_0 = 0$  до членов 2-го порядка включительно (3 балла).
- Вычислить предел с помощью правила Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}$  (3 балла).
- Построить график функции с полным исследованием  $y = \frac{x^3 - 4x}{3x^2 - 4}$ . (3 балла).

### Вариант 8.

- Вычислить производную параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = 2t/(1+t^3) \\ y = t^2/(1+t^2) \end{cases}$  (2 балла).
- Составить уравнение нормали и касательной в точке с абсциссой  $x_0$ .  $y = -2(\sqrt[3]{x} + 3\sqrt{x})$ ,  $x_0 = 1$  (3 балла).

3. Вычислить производную  $y = (\operatorname{ctg}(3x - 2))^{\arcsin 3x}$  (3 балла).
4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала  $y = \sqrt{x^2 + x + 3}$ ,  $x = 1,97$  (3 балла).
5. Написать формулу Тейлора для функции  $y = \sin^2 x$  в точке  $x_0 = 1$  до членов  $n$ -го порядка включительно (3 балла).
6. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2}{\pi} \arccos x \right)^{\frac{1}{x}}$  (3 балла).
7. Построить график функции с полным исследованием  $y = \frac{e^{x-1}}{x-1}$  (3 балла).

### Вариант 9.

1. Вычислить производную параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \arccos t \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$  (2 балла).
2. Составить уравнение нормали и касательной в точке  $y = 3(\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x})$ ,  $x_0 = 1$ . (3 балла).
3. Вычислить производную  $y = (\ln(x+3))^{\sin \sqrt{x}}$  (3 балла).
4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала  $y = 1/\sqrt{x}$ ,  $x = 4,16$  (3 балла).
5. Написать формулу Тейлора для функции  $y = \ln x$  в точке  $x_0 = 1$  до членов  $n$ -го порядка включительно (3 балла).
6. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{\sin 2x}$  (3 балла).
7. Построить график функции с полным исследованием  $y = 1 - \ln \left( \frac{x}{x-2} \right)$  (3 балла).

### Вариант 10

1. Вычислить производную параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = 2t/(1+t^3) \\ y = t^2/(1+t^2) \end{cases}$  (2 балла).
2. Составить уравнение нормали и касательной в точке с абсциссой  $x_0$ .  
 $y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$ ,  $x_0 = 4$  (3 балла).
3. Вычислить производную  $y = (\operatorname{ctg}(3x - 5))^{\arcsin 3x}$  (3 балла).
4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала  $y = \sqrt{x^2 + x + 3}$ ,  $x = 1,97$  (3 балла).
5. Написать формулу Тейлора для функции  $y = \arcsin 2x$  в точке  $x_0 = 0,25$  до членов 2-го порядка включительно (3 балла).
6. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow 1} (\ln x \cdot \ln(x-1))$  (3 балла).
7. Построить график функции с полным исследованием  $y = \frac{4-x^3}{x^2}$  (3 балла).



**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

**ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ**

Направление подготовки	<b>14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика»</b>
Образовательная программа	<b>«Монтаж, наладка и ремонт оборудования АЭС»</b>
Дисциплина	<b>Математический анализ</b>

**КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ 1/2**

**Тема: Интегралы**

**Вариант 1.**

Найти интегралы: 1.  $\int \arctg \sqrt{x-1} dx$  (2 балла); 2.  $\int_2^9 \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{x-1}}$  (2 балла);

3.  $\int \frac{(x^3+2)dx}{(x^3-x^2)}$  (3 балла); 4.  $\int \frac{dx}{\cos x \cdot \sin^3 x}$  (2 балла); 5.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}}$  (2 балла).

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = x$ ,  $x = 2$  и осью  $Ox$  (3 балла);

7. Найти длину дуги кривой:  $y = chx + 5, 0 \leq x \leq 1$  (3 балла).

8. Вычислить объём тела, образованного при вращении вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями:  $y = \sqrt{x} \cdot e^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$  (3 балла)

**Вариант 2.**

Найти интегралы: 1.  $\int x \sin^2 x dx$  (2 балла); 2.  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2+1}}$  (2 балла);

3.  $\int \frac{(x+2)dx}{(x^3-1)}$  (3 балла); 4.  $\int \frac{dx}{\cos x}$  (2 балла). 5.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}$  (2 балла).

6. Вычислить площадь фигур, ограниченных кривыми:  $\rho = 3 \cos \varphi$ ,  $\rho = 5 \cos \varphi$  (3 балла).

7. Найти длину дуги кривой:  $y = 3 + \ln \sin x$ ,  $\pi/6 \leq x \leq \pi/4$  (3 балла).

8. Вычислить объём тела, образованного при вращении вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями:  $y = \sqrt{x} \cdot \sin x$ ,  $y = 0$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) (3 балла).

**Вариант 3.**

Найти интегралы: 1.  $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}} dx$  (2 балла); 2.  $\int_0^2 \frac{xdx}{x^4+4}$  (2 балла);

3.  $\int \frac{(x^4+1)dx}{(x^3+x^2)}$  (3 балла); 4.  $\int \frac{dx}{\sin x - \cos x}$  (2 балла); 5.  $\int \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$  (2 балла).

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = e^x$ ,  $y = e^{-x}$ ,  $x = 2$  (3 балла).

7. Найти длину дуги кривой:  $y = \ln \cos x, \pi/6 \leq x \leq \pi/3$  (3 балла).

8. Вычислить объём тела, образованного при вращении вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^2, y^2 = x$  (3 балла)

#### Вариант 4.

Найдите интегралы

1.  $\int x \arctg x \cdot dx$  (2 балла); . 2.  $\int \frac{2 \arccos x + 3}{\sqrt{1-x^2}} dx$  (2 балла); 3.  $\int \frac{dx}{(x-1)^2(x+1)}$  (3 балла);

4.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx$  (2 балла); 5.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x-x^2}}$  (2 балла).

$$y = (x+1)^2,$$

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sin \pi y, (0 < y < 1)$ . (3 балла).

$$y = 0$$

7. Найдите длину дуги кривой  $r = a(1 + \cos \varphi)$  (3 балла).

8. Найдите объём тела, ограниченного поверхностью, полученной при вращении линии  $x^2 + (y-b)^2 = a^2 (0 < a \leq b)$  вокруг оси  $Ox$  (3 балла)

#### Вариант 5.

Найти интегралы:

1.  $\int x \ln x \cdot dx$  (2 балла); . 2.  $\int \frac{x dx}{\sqrt[4]{1+4x^2}}$  (2 балла). 3.  $\int x \sqrt{2-5x} dx$  (2 балла).

4.  $\int \frac{x^{10}}{x^2+x-2} dx$  (2 балла). 5.  $\int_0^3 \arcsin \sqrt{\frac{x}{1+x}} dx$  (2 балла).

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $x = 4 - y^2, x = y^2 - 2y$  (3 балла)

7. Найдите длину дуги кривой  $x = \cos^4 t, y = \sin^4 t$  (3 балла)

8. Найдите объём тела, ограниченного поверхностью, полученной при вращении линии  $y = 2 \cos \frac{\pi x}{2} (|x| \leq 1)$  вокруг оси  $Ox$  (3 балла)

#### Вариант 6.

Найти интегралы:

1.  $\int \frac{x}{\sin^2 x} \cdot dx$  (2 балла); . 2.  $\int \frac{(3x-2)}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx$  (2 балла). 3.  $\int \frac{1}{\sin x - \cos x} dx$  (2 балла).

4.  $\int \frac{(x^2+2)}{(x+1)^2(x-1)} dx$  (2 балла). 5.  $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx$  (2 балла).

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{x}{1+\sqrt{x}}, y = 0, x = 1$  (3 балла)

7. Найдите длину дуги кривой  $x = 2(\cos t + t \sin t), y = 2(\sin t - t \cos t), 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$  (3 балла)

8. Найдите объём тела, полученного при вращении вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2, y = 1, x = 2$  (3 балла)

#### Вариант 7.

Найти интегралы:

1.  $\int \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x}} \cdot dx$  (2 балла); . 2.  $\int \frac{2 + \ln(3x-1)}{3x-1} dx$  (2 балла). 3.  $\int \frac{1}{\sin x} dx$  (2 балла).

4.  $\int \frac{2x+3}{(x-2)^3} dx$  (2 балла). 5.  $\int_0^4 \frac{x}{2+\sqrt{2x+1}} dx$  (2 балла).

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линией  $r = 3 \cos 3\varphi$  (3 балла)

7. Найдите длину дуги кривой  $y = 1 + \arcsin x - \sqrt{1-x^2}, 0 \leq x \leq \frac{3}{4}$  (3 балла)

8. Найдите объем тела, полученного при вращении вокруг оси Oх фигуры, ограниченной линиями  $y = e^{2-x}, y = 0, x = 0, x = 2$  (3 балла)

### Вариант 8 .

Найти интегралы:

1.  $\int \arctg \sqrt{5x-1} \cdot dx$  (2 балла); 2.  $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{4-e^{2x}}} dx$  (2 балла). 3.  $\int \frac{1}{3+\cos x} dx$  (2 балла).

4.  $\int \frac{x^4}{(x^2-1)(x+2)} dx$  (2 балла). 5.  $\int_1^{64} \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} dx$  (2 балла).

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \arccos 2x, y = 0, x = 0$  (3 балла)

7. Найдите длину дуги кривой  $r = 5(1 - \sin \varphi), 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$  (3 балла)

8. Найдите объем тела, полученного при вращении вокруг оси Oх фигуры, ограниченной линиями  $y = xe^{2x}, y = 0, x = 1$  (3 балла)

### Вариант 9 .

Найти интегралы:

1.  $\int \ln(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}) \cdot dx$  (2 балла); 2.  $\int \frac{x^4}{\sqrt{16-x^{10}}} dx$  (2 балла). 3.  $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(2+\cos x)(3+\cos x)}$

(2 балла). 4.  $\int \frac{5x^3-8}{x^3-4x} dx$  (2 балла). 5.  $\int \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}} dx$  (2 балла).

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $2y = -x^2 + 4x + 4, x + 2y - 4 = 0$  (3 балла)

7. Найдите длину дуги кривой  $y^2 = \frac{4}{9}(2-x)^3$  от  $x_1 = -1$  до  $x_2 = 2$  (3 балла)

8. Найдите объем тела, полученного при вращении вокруг оси Oх фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 + 3, y = 1 - x^2, x = 0, x = 1$  (3 балла)

### Вариант 10 .

Найти интегралы:

1.  $\int \frac{\arctg x}{x} \cdot dx$  (2 балла); 2.  $\int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx$  (2 балла). 3.  $\int \frac{1}{5-4 \sin x} dx$  (2 балла).

4.  $\int \frac{x+2}{x^3-2x^2+2x} dx$  (2 балла). 5.  $\int \frac{1}{\sqrt[3]{(2-x)^2}} dx$  (2 балла).

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $x = 4 \cos^3 t, y = 4 \sin^3 t$  (3 балла)

7. Найдите длину дуги кривой  $y = \frac{1}{3}(x+1)\sqrt{x+1}, 0 \leq x \leq 1$  (3 балла)

8. Найдите объем тела, полученного при вращении вокруг оси Oх фигуры, ограниченной линиями  $y = x^3, y = 1, x = 0$  (3 балла)

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

**ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ**

Направление подготовки	<b>14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика»</b>
Образовательная программа	<b>«Монтаж, наладка и ремонт оборудования АЭС»</b>
Дисциплина	<b>Математический анализ</b>

**КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ 2/2**

**Тема: Функции нескольких переменных**

**Вариант 1.**

1. (2 балла) Найти частную производную  $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$  для функции  $f(x, y) = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{y+1}\right)$ .
2. (2 балла) Составить уравнение касательной плоскости к поверхности  $x + y^2 z = 5$  в точке  $(1, 2, 1)$ .
3. (2 балла) Найти производную функции  $f(x, y, z) = y^2 + e^{x-y} + e^{z-2x}$  в точке  $(1, 1, 2)$  по направлению  $\vec{v} = (1, -2, 2)$ .
4. (3 балла) Исследовать на экстремум функцию  $f(x, y) = 3x - 2xy + y^2 - 2x - 2y$ .
5. (3 балла) Исследовать на экстремум функцию  $f(x, y) = x - 2y + \ln \sqrt{x^2 + y^2} - 3 \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ .
6. (3 балла) Найти экстремум функции  $xy^2 z^3$  при условии  $x + 2y + 3z = 0$  ( $x > 0, y > 0, z > 0$ ).
7. (3 балла) Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ , если  $xz - e^{\frac{z}{y}} + x^3 + y^3 = 0$ .
8. (2 балла) Функцию  $x^2 + y^3 - x^2 y + x + y - 1$  разложить по формуле Тейлора с нулевым остаточным членом в окрестности точки  $(1, 2)$ .

**Вариант 2.**

1. (2 балла) Найти частную производную  $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$  для функции  $f(x, y) = \sin\left(\frac{x}{y} + y^2\right)$ .
2. (3 балла) Составить уравнение касательной плоскости к поверхности  $x^3 + y^2 + z = 7$  в точке  $(1, 2, 2)$ .
3. (3 балла) Найти производную функции  $f(x, y, z) = \sin(x + y) + e^{x+y}$  в точке  $(0, 0, 0)$  по направлению  $\nu = (-1, 1, 1)$ .
4. (3 балла) Исследовать на экстремум функцию  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 4 \ln x - 10 \ln y$ .
5. (3 балла) Найти экстремум функции  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  при условии  $x + y - 3 = 0$ .

6. (3 балла) Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ , если  $x + y + z = e^z$ .

7. (3 балла) Функцию  $y^2 + x^3 - x^2y + x + 2y - 4$  разложить по формуле Тейлора с нулевым остаточным членом в окрестности точки (1,1).

### Вариант 3.

1. (2 балла) Найти частную производную  $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$  для функции  $f(x, y) = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{y} - 1\right)$ .

2. (3 балла) Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $xy^3 + z^2 = 9$  в точке (1,2,2).

3. (3 балла) Найти дифференциал второго порядка от функции  $u = \sin(x + y + z)$ .

4. (3 балла) Найти точки экстремума функции  $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$  и исследовать их характер.

5. (3 балла) Найти экстремум функции  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  при условии  $x + 2y - 3 = 0$ .

6. (3 балла) Функцию  $y^2 + x^3 - x^2y + x + 2y - 4$  разложить по формуле Тейлора с нулевым остаточным членом в окрестности точки (1,1).

7. (3 балла) Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ , если  $z^3 - 4xz + y^2 - 4x^2 + y = 1$ .

### Вариант 4.

1. (2 балла) Найти частную производную  $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$  для функции  $f(x, y) = \cos\left(\frac{x}{y^2} - y\right)$ .

2. (3 балла) Для данной поверхности написать уравнение касательной плоскости в точке (2,3,6):  
 $4 + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = x + y + z$ .

3. (3 балла) Найти точки экстремума функции  $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$  и исследовать их характер

4. (3 балла) Найти экстремум функции  $2x + y - 2z^2$  при условии  $x^2 + 2y^2 + z^2 = 36$

5. (3 балла) Найти пять первых членов разложения функции  $z = \ln(1-x)\ln(1-y)$  в ряд Тейлора в окрестности точки (0,0).

6. (3 балла) Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ , если  $x + y + z = e^z$ .

7. (3 балла) Заменяя приращение функции дифференциалом, вычислить приближенно, вычислить приближенно  $\sqrt{3.01^2 + 4.02^2}$ .

### Вариант 5.

1. (3 балла) Найти частную производную  $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$  для функции  $f(x, y) = \operatorname{ctg}\left(\frac{x^3}{y-1}\right)$ .

2. (3 балла) Написать уравнение касательной плоскости к поверхности  $z = \operatorname{arctg}\frac{y}{x}$  в точке (1,1,π/4).

3. (3 балла) Найти точки экстремума функции  $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$  и исследовать их характер.

4. (3 балла). Найти экстремум функции  $z = x^2 + y^2$  при условии  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ .

5. (3 балла) Найти пять первых членов разложения функции  $z = e^{-x}\ln(1-y)$  в ряд Тейлора в окрестности точки (0,0).

6. (3 балла). Найти дифференциал  $dz$  функции, заданной неявно:  $x^2 - 2y^2 + z^2 - 4x + 2z - 5 = 0$ .

7. (3 балла) Найти производную функции  $z = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 - 4$  в точке M(1,1) в направлении,

идушем от этой точки к точке (2,0).

### Вариант 6.

1. (3 балла). Найти частную производную  $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$  для функции  $f(x, y) = \sin\left(e^{\frac{x}{y}}\right)$ .
2. (3 балла). Найти точки экстремума функции  $z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$  и исследовать их характер.
3. (3 балла). Найти экстремум функции  $u = x - 2y + 2z$  при условии  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ .
4. (3 балла). Найти частные производные первого порядка функции  $z(x, y)$ , заданной неявно:  $z^3 + 3xyz = 10$ .
5. (3 балла). Функцию  $x^2 - y^3 + 2x^2y + 3x - 2y - 1$  разложить по формуле Тейлора с нулевым остаточным членом в окрестности точки (1,-1).
6. (3 балла). Найти полный дифференциал  $d^2u$ , если  $u = x^3 + y^3 - 3xy(x + y)$ .
7. (3 балла). Заменяя приращение функции дифференциалом, вычислить приближенно  $1.002 \cdot 2.003^2 \cdot 3.004^3$ .

### Вариант 7.

1. (3 балла) Найти частную производную  $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$  для функции  $f(x, y) = \operatorname{tg}\left(e^{\frac{1}{xy}}\right)$ .
2. (3 балла) Исследовать на экстремум функцию  $z = x^3 + y^3 - 3xy$ .
3. (3 балла) Найти точки условного экстремума функции  $u = x - 2y + 2z$ , если  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ .
4. (3 балла) Найти частные производные первого и второго порядков для функции  $z(x, y)$ , заданной неявно:  $xyz = 3x + 2y + z$ .
5. (3 балла) Составить уравнение касательной плоскости к поверхности  $(z^2 - x^2)xyz - y^5 = 5$  в точке (1,1,2).
6. (3 балла) Функцию  $x^3 + y^3 - x^2y + x + y - 4$  разложить по формуле Тейлора с нулевым остаточным членом в окрестности точки (1,-1).
7. (3 балла). Написать уравнение касательной плоскости к поверхности  $x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0$  в точке (1,2,-1).

### Вариант 8.

1. (3 балла) Найти частную производную  $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$  для функции  $f(x, y) = \sin\left(e^{\frac{1}{y-x}}\right)$ .
2. (3 балла) Найти точки экстремума функции  $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$  и исследовать их характер.
3. (3 балла) Исследовать функцию  $u = x + y + z$  на экстремум при условии  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$ .
4. (3 балла) Функцию  $x^2 + y^3 - x^2y + x + y - 1$  разложить по формуле Тейлора с нулевым остаточным членом в окрестности точки (1,2).
5. (3 балла) Заменяя приращение функции дифференциалом, вычислить приближенно, вычислить приближенно  $1.04^{4.04}$ .
6. (3 балла) Найти частные производные первого и второго порядков для функции  $z(x, y)$ , заданной неявно:  $xyz = x - 3y + 4z$ .
7. (3 балла) Написать уравнение касательной плоскости к поверхности  $z = \arctg \frac{y}{x}$  в точке (2,2,π/4).

### Вариант 9.

1. (3 балла) Найти частную производную  $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$  для функции  $f(x, y) = \cos\left(\frac{x}{y} - y^3\right)$ .
2. (3 балла) Найти точки экстремума функции  $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$  и исследовать их характер.
3. (3 балла) Найти производную  $\frac{dy}{dx}$  от неявной функции  $x^y = y^x$ .
4. (3 балла) Найти дифференциал  $dz$  функции  $z(x, y)$ , заданной неявно:  $x^2 - 2y^2 + z^2 - 4x + 2z - 5 = 0$
5. (3 балла) Найти экстремум функции  $z = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}$  при условии  $x^2 + y^2 = 1$ .
6. (3 балла) Функцию  $y^2 + x^3 - x^2y - 3x + 2y - 4$  разложить по формуле Тейлора с нулевым остаточным членом в окрестности точки  $(-1, 2)$ .
7. (3 балла) Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $x^3 - y^2 + 2z = 6$  в точке  $(1, 1, 1)$ .

### Вариант 10.

1. (3 балла) Найти частную производную  $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$  для функции  $f(x, y) = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{y^2} - 1\right)$ .
2. (3 балла) Найти точки экстремума функции  $z = xy + x^2 + y^2 + x - y + 1$  и исследовать их характер.
3. (3 балла) Исследовать функцию  $z = 3x + 4y$  на экстремум при условии  $x^2 + y^2 = 1$ .
4. (3 балла) Найти частные производные первого и второго порядков для функции  $z(x, y)$ , заданной неявно:  $x^2z = 3x - y - z$ .
5. (3 балла) Функцию  $x^2 + y^3 - x^2y + 3x - 2y - 1$  разложить по формуле Тейлора с нулевым остаточным членом в окрестности точки  $(1, 2)$ .
6. (3 балла) Найти производную функции  $z = x^3 + 4x^2y + 2xy$  в точке  $M(3, 1)$  в направлении, идущем от этой точки к точке  $(6, 5)$ .
7. (3 балла) Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $x^3 + y^2 + z = 7$  в точке  $(1, 2, 2)$ .

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

**ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ**

Направление подготовки	<b>14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика»</b>
Образовательная программа	<b>«Монтаж, наладка и ремонт оборудования АЭС»</b>
Дисциплина	<b>Математический анализ</b>

**КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ 3/2**

**Тема: Ряды**

**Вариант 1.**

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n\sqrt{n+1}}$ .
2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n+1}\right)\right)$ .
3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{2^n (n+1)!}$ .
4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$ .
5. (2 балла). Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)5^n} (x-3)^n$ .
6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$   $\ln(1-x-6x^2)$ .
7. (2 балла). Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n-1)}$ .

**Вариант 2.**

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n^5+1}}$ .
2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+4} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$ .
3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2}$ .
4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$ .
5. (2 балла). Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n} (x-2)^n$ .



6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$   $\frac{\sin 3x}{x} - \cos 3x$ .

7. (2 балла). Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (n+5)x^{n-1}$ .

### Вариант 3.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n\sqrt{n^2+1}}$ .

2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n^2+5}{n^2+1}\right)$ .

3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(n!)^2}$ .

4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n^2}{n^4 - n^2 + 1}$ .

5. (2 балла). Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n+8} (x-5)^n$ .

6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$   $\frac{9}{20-x-x^2}$ .

7. (2 балла). Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$ .

### Вариант 4.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2n+5}{2n^7+3n^5+10}$ .

2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n+1}\right)\right)$ .

3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} n^4 \left(\frac{2n}{3n+5}\right)^n$ .

4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n\sqrt{2n+3}}$ .

5. (2 балла). Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2+1} (x-2)^n$ .

6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$   $(3+e^{-x})^2$ .

7. (2 балла). Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (n+4)x^{n-1}$ .

### Вариант 5.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{3n+7}$ .

2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n-1} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{n-1}}$ .

3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}(n^3+1)}{(n+1)!}$ .

4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n(n+3)}$ .

5. (2 балла). Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} (x+5)^n$ .

6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$   $(x-1)\sin 5x$ .

7. (2 балла). Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)(n+2)}$ .

### Вариант 6.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 - \sin n}{n - \ln n}$ .

2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n^5}{(2n+1)^n}$ .

3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (n+1)!}{(2n)!}$ .

4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{n^4 - n^2 + 1}$ .

5. (2 балла). Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n} (x-2)^{2n}$ .

6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$ :  $\frac{7}{12 - x - x^2}$ .

7. (2 балла). Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)x^{n-1}$ .

### Вариант 7.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg n^2}{n(n+1)(n+2)}$ .

2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{4^n (n+2)!}$ .

3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{3n-1} \right)^{n^3}$ .

4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^4 \sqrt{2n+3}}$ .

5. (2 балла). Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1)2^n}$ .

6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$   $\frac{5}{6 - x - x^2}$ .

7. (2 балла). Найти сумму ряда  $\sum_{n=2}^{\infty} (n+4)x^{n-2}$ .

### Вариант 8.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg^2 n}{n^3}$ .

2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(3^n + 1)(2n)!}$ .

3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{n+1}{2n-3} \right)^{n^2}$ .

4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln(n+1)}$ .

5. (2 балла). Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(3n-1)2^n} (x+3)^n$ .

6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$   $\ln(1-x-12x^2)$

7. (2 балла). Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (n+3)x^{n-1}$ .

### Вариант 9.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{-n^2}$ .

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}(n^3+1)}{(n+1)!}$ .

3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cos^2 n}{n^3 + 5}$ .

4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left( \frac{n}{2n+1} \right)^n$ .

5. (2 балла). Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2 + 1} (x-2)^n$ .

6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$   $\frac{5}{6+x-x^2}$ .

7. (2 балла). Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (n+2)x^{n-1}$ .

### Вариант 10.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n \sqrt{n}}{n \sqrt{n}}$ .

2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}$ .

3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{arctg}^n \frac{\pi}{3n}$ .

4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$ .

5. (2 балла). Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+3)7^{n+1}} (x-5)^n$ .

6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$   $x$ :  $\frac{\sin 3x}{x} - 2x$

7. (2 балла). Найти сумму ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} (n+5)x^{2n}$ .

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольные работы по дисциплине выполняются в течение одной пары.

Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее половины предложенных заданий одного из вариантов

в) описание шкалы оценивания:

В каждой контрольной работе указано количество баллов за каждую правильно решенную задачу

#### **Критерии и шкала оценивания контрольных работ**

<b>Оценка</b>	<b>Критерии оценки</b>
Отлично с <u>17</u> до <u>20</u> баллов	Сумма баллов решенных задач
Хорошо с <u>13</u> до <u>16</u> баллов	Сумма баллов решенных задач
Удовлетворительно с <u>10</u> до <u>12</u> баллов	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно с <u>0</u> до <u>9</u> баллов	Сумма баллов решенных задач